Accélération et Gravitation

Le CNRS, la Société Française de Physique, le Ministère de l'éducation Nationale, le CEA et France Université ayant déclarés que l'année 2024 (de Juillet 2023 à Septembre 2024) serait « l'année de la physique » pour tous les collèges de France, les @ramis ont été sollicités pour participer à une journée d'animation ayant eu lieu à Limoges, le 4 Avril dernier. Le thème choisi à cette occasion fut l'accélération, ce qui nous mène de *Kepler* à *Einstein* en passant par *Newton* et *d'Arsonval*, mais, il nous faut tout d'abord revenir aux fondamentaux : Qu'est-ce que l'accélération ?

Justement, c'est quoi l'accélération ?

Le Petit Robert définit l'accélération comme une augmentation de vitesse, mais il nous faut quand même être plus précis. Rappelons tout d'abord qu'une vitesse est la distance parcourue par un mobile dans l'unité de temps. Une vitesse s'exprime classiquement en mètres par seconde (m/s), mais elle peut aussi être exprimée en kilomètres par heure (km/h). La relation entre ces deux expressions de la vitesse est : 1 m/s = 3,6 km/h. Ainsi, un athlète de haut niveau étant capable d'effectuer un 100 m en 10 s se déplace à une vitesse de 36 km/h. Un guépard, avec des pointes à 120 km/h, est l'animal terrestre le plus rapide au monde. Mais il ne maintient ce rythme que sur 300 m maximum. Sur longues distances, il se traîne à 50 km/h ! La lumière (nous aurons l'occasion d'en reparler) se déplace, à une vitesse record d'environ 300 000 km/s, résultat acquis dès la fin du XIX$^{\text{ème}}$ siècle. Le chiffre exact, actuellement admis, est de 299 792 458 m/s et aucun objet actuellement connu (ou, pour être plus précis, disons aucune information) ne peut dépasser cette vitesse.

Une accélération est une augmentation de vitesse observée pendant l'unité de temps. Un train qui démarre avec une vitesse initialement nulle a une accélération très voisine de 1 (mètre par seconde) par seconde. Cela signifie que s'il parcourt 1 m pendant la première seconde, il en parcourra 2 m pendant la deuxième seconde … et *n* mètres durant la $n^{\text{ème}}$ seconde. Au bout de 30 s, il aura atteint une vitesse de 30 m/s, soit 30 × 3,6 = 108 km/h. Une accélération s'exprime en (m/s)/s, écriture que l'on symbolise en écrivant « mètres par seconde carrée » (m/s^2). Sauf cas particulier, nous représenterons une accélération par le symbole γ (gamma).

Comment obtenir une accélération ?

Pour fournir une accélération à un objet de masse *m*, il faut exercer sur lui une force *F*. Cet énoncé a, lorsque l'on y réfléchit bien, des conséquences importantes. Si un objet est initialement immobile et que l'on n'exerce sur lui aucune force, il restera immobile mais, s'il se déplace à une vitesse *v* constante et que l'on n'exerce sur lui aucune force, il conservera sa vitesse *v*. À condition, bien sûr, que « aucune » signifie rigoureusement « aucune ». Sur la terre, un objet qui se déplace est malheureusement soumis à des forces de frottement qui ont pour effet de le ralentir. Pour maintenir sa vitesse, il faut lui appliquer une force égale et opposée aux forces de frottement. Une fusée dans l'espace n'est, en principe, soumise à aucune force de frottement, aussi conserve-t-elle une vitesse constante. Pour l'accélérer (ou la ralentir), il faut lui fournir une force et le résultat dépendra du sens dans lequel est dirigé cette force.

Ceux qui se souviennent de leurs années potaches savent que $v = \gamma\, t + v_o$, autrement dit, que l'accélération est la dérivée de la vitesse par rapport au temps. Cette vérité, qui nous semble évidente, ne l'est que depuis 1700 et ce fut *Pierre Varignon* (1654-1722) qui établit ce résultat, grâce au calcul différentiel qui venait d'être établi par *Newton* et *Leibniz.*

La querelle entre les deux savants n'est pas définitivement tranchée, quoique la balance penche en faveur de *Leibniz* dont l'antériorité est mieux établie et l'approche plus proche de celle actuellement utilisée.

On conçoit que, si l'on applique une force *F* donnée à un objet de masse *m*, l'accélération obtenue sera d'autant plus faible que l'objet est plus massif. La relation qui exprime cet état de fait est la plus simple que l'on puisse imaginer : $\gamma = F / m$, ou, si l'on veut une expression plus simple : $F = m\,\gamma$.

Où apparaît la gravitation :

Nous avons dit que, si une masse *m*, initialement immobile, n'était soumise à aucune force, elle restait immobile. Or, si, sur la terre, nous lâchons une masse *m,* elle ne reste pas immobile, mais est attirée vers le sol avec un mouvement accéléré. Des mesures grossières de cette accélération montrent qu'elle est à peu près égale à 10 m/s^2 quelle que soit la situation de l'objet sur la terre. Des mesures plus précises montrent que cette accélération varie de 9,83 m/s^2 (aux pôles) à 9,78 m/s^2 (à l'équateur). Sa valeur normalisée, définie par la 3ème Conférence Générale des Poids et Mesures, en 1901, est de 9,80665 m/s^2. On représente traditionnellement l'accélération de la pesanteur par la lettre *g* et, dans nos pays, on prend généralement g = 9,81 m/s^2, ce qui est une valeur acceptable pour la plupart de ses utilisations.

La force exercée sur une masse *m* par la pesanteur prends le nom de poids : $P = m\,g$ et s'exprime en Newtons (N). 1 N = 1 kg.m/s^2. En pratique, sur la terre, si l'on néglige la légère variation de *g* avec la position géographique, un corps de masse *m* a le même poids quelle que soit sa position sur la terre, aussi, dans le langage courant, on confond poids et masse. Mais, en toute rigueur, la masse *m* d'un objet est une caractéristique de cet objet, quelle que soit sa position dans l'univers, tandis que le poids *P* d'un objet dépend du champ de gravitation dans lequel il est plongé. Loin de tout champ de gravitation, le poids *P* d'un objet est nul.

Une autre conséquence de la relation $P = m\,g$ est qu'en un lieu donné, l'accélération *g* d'un corps en chute libre ne dépend pas de la masse *m* du corps, en conséquence de quoi, tous les corps lâchés en même temps atteignent le sol au même moment et à la même vitesse. Ce n'était pas l'avis d'*Aristote* qui avait bien remarqué que, dans la pratique, il n'en était pas ainsi, mais *Aristote* ne pouvait pas imaginer que la cause de cette observation était la résistance de l'air.

Avec Newton, la boucle semble bouclée !

L'astronome *Johannes Kepler* (1571-1630) établit de manière empirique trois lois expliquant le mouvement des planètes à partir des observations et mesures de la position des planètes faites par l'astronome Danois *Tycho Brahé* (1546-1601), mesures qui étaient très précises pour l'époque. Les deux premières lois furent publiées en 1609 et la troisième en 1619. La première loi dit simplement que les planètes décrivent autour du soleil une ellipse dont le soleil constitue l'un des foyers. La deuxième loi exprime que, pour chaque planète, des aires égales sont parcourues durant des temps égaux. Enfin, la troisième loi exprime que le carré de la période sidérale *p* d'une planète (temps entre deux passages successifs devant une étoile) est directement proportionnel au cube du demi-grand axe *a* de la trajectoire elliptique de la planète, soit $a^3 / p^2 = k$, avec k constant.

Ces trois lois, établies de manière empirique par *Kepler* furent démontrées deux cents ans plus tard par *Isaac Newton* (1642-1727) à partir de la loi sur la gravitation universelle, établie par lui-même, ce qui lui permit d'établir la valeur de la constante *k* en fonction de la constante gravitationnelle *G,* de la masse du soleil $M_\odot$ et de la masse de la planète *m* gravitant autour du Soleil soit :

$$k = G\,(M_\odot + m) / 4\,\pi^2$$

avec G = 6,674 30 × 10^{-11} m³.kg^{-1}.s^{-2}. La loi sur la gravitation universelle de *Newton*, publiée en 1687 exprime la force d'attraction entre deux masses *M* et *m* est proportionnelle aux masses *M* et *m* et inversement proportionnelle au carré de leur distance *d* :

$$F = G\,M\,m \,/\, d^2$$

Il est possible de retrouver l'accélération de la pesanteur en exprimant que le poids d'une masse *m* à la surface de la terre est la force d'attraction exercée par la terre sur la masse *m* :

$$P = m\,g = m\,(G\,M \,/\, d^2)$$

M et *d* étant respectivement la masse (en kilogrammes) et le rayon (en mètres) terrestre :

$$g = G\,M \,/\, d^2 = 6{,}674\ 30 \times 10^{-11} \times 5{,}972 \times 10^{24} \,/\, (6{,}371 \times 10^6)^2 = 9{,}82 \text{ m/s}^2$$

On trouve g = 9,82 m/s^2 et non la valeur attendue g = 9,81 m/s^2, car la distance d'un point de la surface au centre de la terre varie suivant la position de ce point. En pratique, suivant la valeur de *d* choisie, on obtient un résultat compris entre 9,78 et 9,83 m/s^2.

Un problème pointe le bout de son nez :

La loi de la gravitation universelle de *Newton* a assuré à la communauté scientifique une tranquillité de deux siècles environ : les planètes tournaient autour du soleil suivant une ellipse parfaite et l'on était capable d'expliquer les dérives observées par l'influence gravitationnelle des autres planètes. *Urbain Le Verrier* (1811-1877) a même réussi à découvrir la planète Neptune à l'endroit exact où elle devait se trouver, en analysant les anomalies de la trajectoire d'Uranus. Tout ronronnait à merveille dans le Landerneau astronomique.

Et puis, un beau jour de 1859, *Urbain Le Verrier* (toujours lui, mais il est vrai qu'il était reconnu comme un ponte de la mécanique céleste) montra dans une note à l'Académie des sciences de Paris que lorsqu'on prenait en compte l'influence des autres planètes, on obtenait, pour l'avance du périhélie de Mercure, une valeur théorique en désaccord avec la valeur expérimentale :

$\varphi_{exp} = 574{,}8 \pm 0{,}4$ (secondes d'arc par siècle) $\varphi_{calc} = 536{,}8 \pm 0{,}2$ (secondes d'arc par siècle)

L'écart calculé par Le Verrier était d'environ 38 secondes d'arc par siècle. Des calculs plus précis faits par *Newcomb* en 1882, prenant également en compte le léger aplatissement du Soleil dû à sa rotation propre, donnent en fait la valeur théorique (en secondes d'arc par siècle) suivante :

$\varphi_{Newcomb} = 531{,}7 \pm 0{,}2$ (secondes d'arc par siècle)

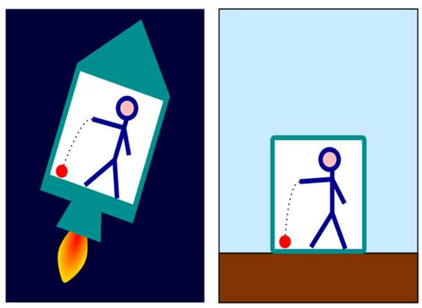
Cet écart définitif de 43 secondes d'arc par siècle posait tout de même un problème et nombreuses furent les suggestions proposées pour essayer de le résoudre :

- Peut-être est-ce dû à une hypothétique planète, nommée Vulcain et dont l'orbite se situerait entre le soleil et Mercure, mais les recherches montrèrent vite que nulle planète n'existait !
- Peut-être Vénus avait-elle une masse 10 % plus élevée que celle qui lui avait été attribuée, mais cela aurait provoqué des irrégularités dans l'orbite de la terre, irrégularités non observées !
- Peut-être fallait-il modifier la loi de *Newton*, et qu'au lieu d'une force d'attraction en $1/r^2$, il fallait supposer une force d'attraction en $1/r^{2,0000001574}$, mais cela va contre l'équation aux dimensions !
- Peut-être que les perturbations sont dues à la masse du nuage zodiacal, difficile à estimer. C'était l'explication la mieux acceptée avant 1915.

On pourrait penser : « 43 secondes d'arc par siècle, il n'y a pas de quoi en faire tout un fromage », mais ce n'était pas l'avis des scientifiques de l'époque !

Enfin Einstein vint :

En 1907, *Albert Einstein* (1879-1955) était employé à l'Office Fédéral des Brevets à Berne, travail qui lui laissait largement le temps pour réfléchir et s'adonner à une activité qui fera sa réputation : les expériences de pensée. C'est ainsi qu'à partir de 1907, il eut la conviction qu'une personne enfermée dans un ascenseur en chute libre ne ressent pas la gravité. Puis, poursuivant ses réflexions, il en parvint à la conclusion suivante : « Puisque la gravité provoque l'accélération d'une masse lâchée dans son champ, il revient au même de lâcher une masse dans un champ gravitationnel ou de soumettre cette masse à une force constante en dehors de tout champ gravitationnel. » C'est ainsi qu'un individu, enfermé dans une fusée sans aucune vue sur l'extérieur serait incapable de dire si la fusée est immobile sur le sol dans un champ de gravitation, ou si elle se meut dans l'espace, accélérée par la force de propulsion qui lui est fournie par ses moteurs. Dans les deux cas, cette personne serait plaquée sur le plancher de la fusée.



Les observations effectuées à l'intérieur d'un caisson immobile soumis à la gravitation et celles effectuées à l'intérieur d'une fusée poussée par un moteur qui lui procure la même accélération sont identiques et ne permettent pas à l'expérimentateur s'il est immobile dans un champ de pesanteur ou s'il est en mouvement accéléré dans une fusée (Source Wikipédia)

Continuant son raisonnement, il se dit : Supposons que l'on perce une ouverture dans la fusée, ouverture traversée par un rayon de lumière. Si la fusée de déplace dans l'espace et que la vitesse de la lumière est finie, la lumière atteindra la paroi opposée de la fusée au bout d'un temps non nul, ce qui aura permis à la fusée d'avancer. L'observateur verra donc la lumière décrire un arc de courbe à l'intérieur de la fusée. Si la fusée est immobile dans un champ gravitationnel, l'observateur devrait alors voir la lumière parcourir un trajet linéaire. Or, ce n'est pas possible puisque l'observateur est incapable de dire s'il se trouve immobile dans un champ gravitationnel ou en mouvement dans une fusée soumise à une force constante. Donc, une masse *m*, qui provoque un champ gravitationnel doit également courber la trajectoire d'un rayon lumineux.

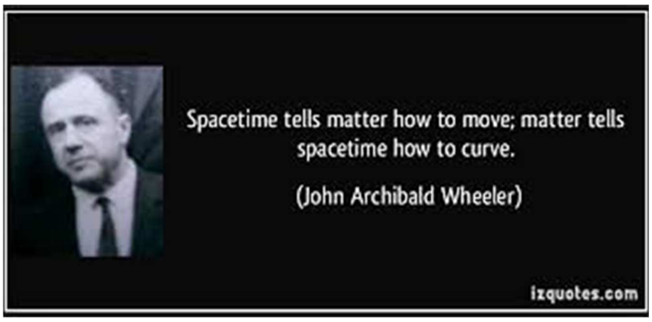
Qu'une masse provoque la courbure d'un rayon lumineux, voilà qui rentre en contradiction avec la physique de *Newton*, puisque les photons lumineux ayant une masse nulle, la force $F = m\,\gamma$ que doit exercer un champ gravitationnel sur eux doit être nulle. Donc, la gravité ne doit pas être assimilée à une accélération. Voici ce qui est à l'origine de la théorie de la relativité générale, théorie publiée par *Einstein* en 1915 et vérifiée en 1919 (pendant la guerre, ce n'était pas possible) par *Eddington* qui montra qu'une étoile (en l'occurrence le soleil) était capable de dévier les rayons lumineux de la façon prédite par la théorie de la relativité générale, théorie qui n'est, en réalité qu'une théorie de la gravitation, qui montre qu'une masse *m* n'exerce pas de forces sur les masses environnantes, mais provoque une déformation de l'espace-temps qui l'entoure. Les trajectoires des masses environnantes, qui étaient linéaires dans un espace-temps plat, deviennent courbes dans un espace-temps déformé.

Équation d'Einstein

L'équation de *Newton* de 1687, vue plus haut ($F = G\,M\,m\,/\,d^{2}$) et qui exprime la force d'attraction entre deux masses *M* et *m,* est facile à comprendre, puisqu'elle n'exprime qu'une simple relation entre grandeurs scalaires : tout le monde voit bien ce que représentent les symboles figurant dans l'équation. L'équation d'*Einstein* de 1915, qui exprime la déformation de l'espace-temps due à la présence d'une masse *M,* est plus compliquée à comprendre, parce qu'elle exprime une relation entre des grandeurs beaucoup moins intuitives : des *Tenseurs* :

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\,g_{\mu\nu}R + \Lambda\,g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}\,T_{\mu\nu}$$

Avant d'aborder la notion de *tenseur* (les lettres affectées des deux indices μ et ν), précisons que dans cette développée par Einstein entre 1907 et 1915, les termes de gauche représentent la géométrie de l'espace-temps, ceux de droite la distribution de la matière (masse-énergie) modulée par un terme d'élasticité. L'égalité signifie que la structure de l'espace-temps dépend de la distribution de matière. Le terme Λ est la *constante cosmologique*, introduite par *Einstein* pour sauvegarder le modèle d'un univers stable, mais que l'on a conservé pour expliquer l'observation d'un univers en expansion.

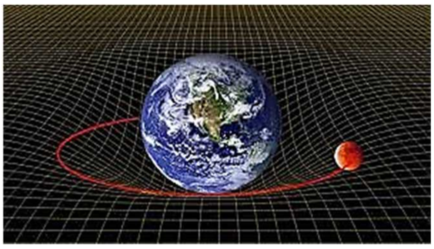


Une façon primesautière de présenter l'équation d'*Einstein* est due à *Wheeler* (1911-2008) :

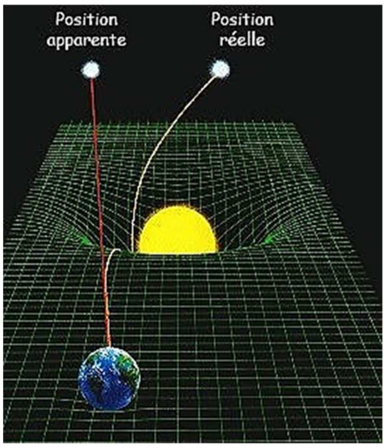
L'espace-temps dit à la matière comment se mouvoir ; la matière dit à l'espace-temps comment se courber !

En physique, la notion de *tenseur* a été introduite vers les années 1890 pour exprimer la réaction d'un matériau donné aux *tensions* auxquels il est soumis. Cette notion a été rendue accessible aux mathématiciens (et à *Einstein* lui-même) en 1900 par le mathématicien italien *Tullio Levi-Civita* par la publication du texte classique du même nom. En gros, disons que si un tenseur d'ordre 0 est un scalaire (par exemple une masse, une distance), un tenseur d'ordre 1, qui fait correspondre deux points, est un vecteur. Un tenseur d'ordre 1, pour être exprimé, nécessite n paramètres, s'il est défini dans un espace à n dimensions. La relativité générale est exprimée dans le langage des tenseurs d'ordre 2, qui font correspondre deux vecteurs. Un tenseur d'ordre 2 peut être représenté par une matrice et nécessite n^2 paramètres s'il est exprimé dans un espace à n dimensions, soit 16 paramètres s'il est exprimé dans un espace à 4 dimensions (3 dimensions d'espace et une dimension de temps).

Justifications de la théorie de la Relativité Générale



Il n'y a, *a priori*, pas de justifications expérimentales de la théorie de la relativité, mais de nombreuses vérifications de la réalité des conclusions que l'on tire de cette théorie. Nous venons d'écrire qu'une masse provoque une déformation de l'espace-temps qui l'entoure. Or, notre espace-temps possède quatre dimensions et il est très difficile de visualiser la déformation d'un espace à quatre dimensions. On se contente donc de deux dimensions à l'aide d'un dessin analogue à celui représenté ci-dessus :



L'espace à quatre dimensions est tout simplement représenté par une nappe à deux dimensions qui se déforme sous l'influence d'une masse. Les trajectoires des planètes (si la masse est une étoile) ou des satellites (si la masse est une planète) suivent des géodésiques de cet espace courbé. La lumière provenant d'une étoile lointaine se trouve aussi déviée par la présence d'une masse, comme le montre ce schéma:

C'est cette déviation qu'a pu mesurer *Eddington*, profitant d'une éclipse de soleil en 1919. Dans la foulée fut expliqué l'écart de 43 secondes observé dans l'avance du périhélie de Mercure. Actuellement, depuis la mise en service des télescopes *Hubble* et *James Webb*, on a pu photographier de magnifiques « anneaux d'Einstein », anneaux prévus par *Einstein* dès la parution de la théorie de la relativité générale.

Un anneau d'*Einstein* (on parle aussi de lentille gravitationnelle) se produit à chaque fois qu'une galaxie vue de la terre est cachée par une galaxie située devant elle. Les rayons lumineux de la galaxie d'arrière-plan sont déviés par la galaxie d'avant plan et nous parviennent sous forme d'anneaux qui sont, en général incomplets si les deux galaxies ne sont pas parfaitement alignées. Pour qu'une lentille se forme, il faut aussi que l'observateur se trouve assez près du point où se forme l'image. La photo ci-dessus représente un superbe anneau d'Einstein photographié par le télescope spatial *Hubble* en Décembre 2011.

Pierre Perrot