LA RELATIVITÉ RESTREINTE

.

Nous commencerons par la *relativité restreinte* publiée par Einstein en 1905, qui est une théorie universelle de l'espace-temps ; elle se distingue de la *relativité générale,* ainsi nommée car elle s'appuie sur la *relativité restreinte* et va donc plus loin, mais en réalité, elle est une théorie spécifique de la *gravitation*.

Une belle photo de Jacques-Arsène d'Arsonval au moment de l'apparition de la relativité

La vitesse de la lumière est constante

L'histoire commence avec la vitesse de la lumière. Cette vitesse est constante, c'est bien connu, au moins par les hommes depuis la fin du XIX° siècle. Cette vitesse est tellement constante qu'elle a été mesurée avec une précision de 9 chiffres significatifs. Depuis Novembre 2018, cette constante a été érigée au nombre des *constantes fondamentales* et sa valeur a été fixée à 299 792 458 $m.s^{-1}$ exactement. Cela veut dire que cette valeur ne sera plus jamais modifiée et que le mètre, au lieu d'être défini par la longueur d'une barre de platine iridié déposée au pavillon de Breteuil à Sèvres est maintenant défini par la distance que parcourt la lumière en 1 / 299 792 458 seconde. Bien sûr, la seconde est elle-même définie précisément, mais expliquer comment, cela nous entraînerait trop loin !

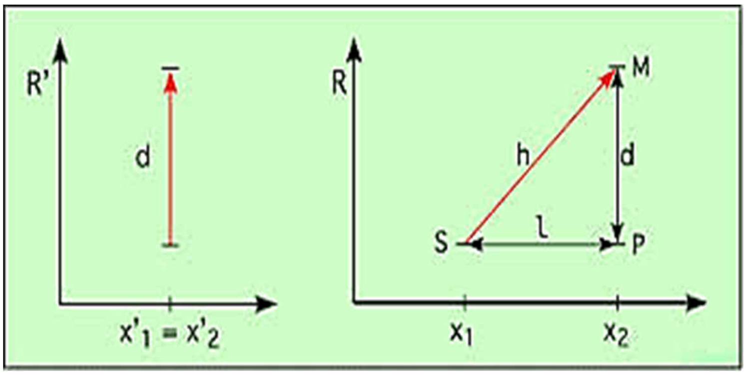
Pourtant, que la vitesse de la lumière soit constante, cela n'a rien d'évident en soi. Lorsque nous roulons en TGV, nous nous déplaçons à 300 km/h par rapport à la voie qui est immobile ! Si nous nous déplaçons à 5 km/h dans le sens de la marche du train, notre vitesse par rapport au quai est de 305 km/h ; naturellement, à 5 km/h dans le sens inverse de la marche du train, notre vitesse par rapport au quai sera de 295 km/h. Ceci n'est valable que parce que les vitesses sont négligeables devant celle de la lumière. Or, que nous mesurions la vitesse de la lumière dans le sens direct ou dans le sens inverse de la marche du train, nous trouvons toujours 299 792 458 m/s exactement. Et pourtant, si le train se déplace par rapport au quai, le quai lui-même est entraîné par le mouvement de rotation de la terre sur elle-même à une vitesse d'environ 4200 km/h sous nos latitudes. La terre tourne autour du soleil à la vitesse de 110 000 km/h. Le soleil tourne autour du centre de la voie lactée à environ 800 000 km/h. La voie lactée se dirige vers le centre de *Laniakea*, notre superamas de galaxie à environ 2 300 000 km/h. Quant à *Laniakea,* on ne sait pas encore vers quoi il se dirige, mais il va sûrement quelque part, étant attiré par d'autres amas ! Dans ces conditions, tout en étant bien immobile dans notre TGV, il nous est bien difficile de dire que nous avons une vitesse absolue. Et pourtant, la vitesse de la lumière est connue en valeur absolue avec une précision qui dépasse de loin les besoins de précision de la vie courante.

La lumière a toujours posé des problèmes. Les expériences faites au début du XIX° siècle ont montré que le rayonnement lumineux pouvait être considéré comme une onde. Or le son est, lui aussi une onde qui est portée par un milieu matériel : l'air (dans le vide, le son ne se propage pas). La lumière devrait donc aussi être portée par un milieu matériel auquel on a donné de nom d'*éther*, et tout le XIX° siècle a été consacré à la recherche de cet éther mystérieux. C'est à la fin du siècle, entre les années 1881 et 1887 que *Michelson* et *Morley* se sont lancés à la poursuite de l'éther. Ils se sont dit que, si la terre tournait autour du soleil, elle se déplaçait par rapport à l'éther à la vitesse de 110 000 km/h (soit 30 km/s). Comme on était capable de mesurer, par une méthode interférométrique, la vitesse de la lumière avec une bien meilleure précision, on devait la trouver égale à 300 030 km/s si on la mesurait dans le sens de rotation de la terre autour du soleil, et 299 970 km/s si on la mesurait dans le sens inverse. Or l'expérience donna environ 300 000 km/s quelle que soit la direction dans laquelle la mesure était faite. En 1887, la conclusion ne faisait plus de doute : la vitesse de la lumière est constante et depuis les expériences ont été reprises avec une précision toujours plus grande, et elles aboutissaient toujours aux mêmes résultats.

Cette constance de la vitesse de la lumière, indépendante de la vitesse de tout référentiel a des conséquences curieuses qui ont été établies au tout début du XX° siècle grâce aux travaux d'*Albert Einstein* (1879 – 1955, le grand, l'unique Albert après l'immense *Arsène d'Arsonval*) auxquels il ne faut pas oublier d'ajouter ceux de ses prédécesseurs : *Hendrik Lorentz* (1853 – 1928, physicien néerlandais, prix Nobel de physique en 1902), à ne pas confondre avec *Konrad Lorenz,* biologiste autrichien, prix Nobel de physiologie et de médecine en 1973) et *Henri Poincaré* (1854 – 1912, mathématicien français, à ne pas confondre avec son cousin germain *Raymond*, président de la république). Deux des conséquences les plus spectaculaires sont la dilatation du temps, à l'origine du paradoxe des jumeaux et la contraction des longueurs.

Dilatation du temps

Contrairement à ce que nous dit notre bon sens, le temps n'est pas un absolu et le temps de celui qui se déplace pour courir le guilledou n'est pas le même que le temps de celui qui reste bien sagement devant sa télévision, et ceci est facile à comprendre.



Supposons qu'un référentiel *R* se déplace avec une vitesse υ par rapport à un référentiel *R'*. Dans *R',* un rayon lumineux parcourt une distance verticale *d* avec une vitesse *c*, en un intervalle de temps $\Delta t'$. Nous avons donc $d = c\ \Delta t'$. Les choses ne se présentent pas de la même manière du point de vue de l'observateur mobile dans le référentiel *R*. Pendant le trajet du rayon lumineux, *R* s'est déplacé d'une longueur ℓ en un temps Δt. Donc $\ell = \upsilon\ \Delta t$. Du point de vue de l'observateur, le rayon lumineux n'a pas parcouru une distance *d*, mais une distance *h*, puisque *R* s'est déplacé, en un temps Δt à la vitesse υ. Or la vitesse de la lumière étant une constante, ne dépend pas du référentiel. Nous avons donc $h = c\ \Delta t$. Or *h* est l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les deux cotés sont *d* et ℓ. Et que nous dit ce bon vieux *Pythagore* :

$$h^2 = \ell^2 + d^2 \quad \Rightarrow \quad c^2\ \Delta t^2 = \upsilon^2\ \Delta t^2 + c^2\ \Delta t'^2 \qquad (1)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Par convention, on pose $\boldsymbol{\gamma = [1 - (\upsilon^2 / c^2)]^{-1/2}}$, ce qui se lit, pour ceux qui ne sont pas très familiarisés avec l'écriture des équations : $\gamma = 1$ / racine carrée de $[1 - (\upsilon^2 / c^2)]$ (2)

En reportant cette valeur (2) dans la relation (1) ci-dessus on obtient :

$$\Delta t = \gamma\ \Delta t' \qquad (\text{avec } \gamma > 1)$$

Le temps Δt de celui qui est dans le repère mobile *R* est donc plus long (passe plus lentement) que le temps $\Delta t'$ de celui qui est dans le repère fixe, d'où le paradoxe des jumeaux de *Langevin* : le jumeau voyageur vieillit moins vite que celui qui est resté à la maison. Naturellement, cet effet est négligeable si la vitesse υ du jumeau voyageur est bien inférieure à 0,1 *c* . Il en est de même de la durée de vie d'un muon. Un muon a une durée de vie de 2,2 µs dans son référentiel propre. S'il de déplace à 298 000 km.s^{-1}, il aura une durée de vie de 20,1 µs dans le référentiel de la terre et c'est très exactement ce que montre l'expérience.

Contraction des longueurs

La première conséquence du fait que le temps s'écoule plus lentement pour l'observateur mobile est que la notion de simultanéité de deux évènements dépend de la vitesse relative des deux observateurs. En effet, si, à partir du centre du wagon, on envoie deux faisceaux lumineux, l'un vers l'avant et l'autre vers l'arrière du train, les deux faisceaux arriveront en même temps aux deux extrémités du wagon pour l'observateur situé dans le train ; en revanche, pour l'observateur situé sur le quai, le faisceau dirigé vers l'arrière du train arrivera avant celui qui est dirigé vers l'avant du train, puisque ce dernier doit rattraper le train qui avance.

Comme la vitesse de la lumière est constante, une longueur ℓ mesurée dans un repère fixe R est plus grande que la même longueur ℓ' mesurée dans un repère mobile R', ce qui est évident sur la figure précédente, puisque $\ell' = d$ et $\ell = h$. Or :

$$\ell' = c\,\Delta t' \qquad \ell = c\,\Delta t$$

$$\ell / \ell' = \Delta t / \Delta t' = \gamma > 1$$

La longueur ℓ' apparaît plus courte pour celui qui voyage que la longueur ℓ pour celui qui reste sur le quai. Il en résulte un renversement conceptuel important : jusqu'à présent, le temps et l'espace étaient considérés comme des notions fondamentales et indépendantes. À partir du moment où ils doivent s'adapter à une vitesse de la lumière invariante, ils deviennent relatifs au référentiel de l'observateur et ne sont plus indépendants : ils forment une nouvelle entité unifiée : l'*espace-temps*.

Concept de distance

En *physique classique*, la distance spatiale définie par : $\mathrm{d}s^2 = \mathrm{d}x^2 + \mathrm{d}y^2 + \mathrm{d}z^2$ est remplacée, en *relativité restreinte*, par la distance *spatio-temporelle* qui s'exprime par :

$$\mathrm{d}s^2 = c^2\,\mathrm{d}t^2 - \mathrm{d}x^2 - \mathrm{d}y^2 - \mathrm{d}z^2$$

Cette relation a de nombreuses conséquences (paradoxe des jumeaux, durée de vie des muons, loi d'addition des vitesses, etc.) En d'autres termes, l'espace et le temps sont relatifs, ce qui, naturellement, heurte le sens commun. Cette relation est facile à démontrer, mais nous nous proposons de l'expliquer sous forme d'une parabole proposée par *E.F. Taylor* et *J.A. Wheeler.*

Parabole des arpenteurs-géomètres :

Dans un pays lointain existait un roi qui, soucieux de localiser toutes les caractéristiques de son royaume, entretenait deux équipes de géomètres travaillant jour et nuit. Les différents points du pays (monuments, points géodésiques, sites remarquables) étaient caractérisés par deux coordonnées x et y. L'origine des coordonnées était le palais royal. La direction de x était nord-sud. C'était une direction sacrée et les mesures étaient exprimées en coudées royales. La direction de y était est-ouest et les mesures étaient exprimées en mètres.

Le problème était que, pour définir une direction, l'équipe de jour utilisait une boussole tandis que l'équipe de nuit se basait sur l'étoile polaire. Or, chacun sait que les pôles nord magnétique et géographique ne coïncident pas de telle sorte que les valeurs de x et de y relevées par les deux équipes pour un même site ne coïncidaient pas ! Il était donc impossible de déterminer la distance entre deux sites.

Pour résoudre ce problème, on fit appel à une jeune stagiaire, ***Choupette,*** *qui proposa, en premier lieu, d'utiliser les mêmes unités pour déterminer les coordonnées (au grand scandale des arpenteurs-géomètres pour lesquels la coudée royale était sacrée).*
Autrement dit, les couples de nombres (x, y) et (x', y') donnés par les deux équipes pour un même site devinrent (x, ky) et (x', ky'), k étant tout simplement le coefficient de transformation des coudées royales en mètres. Ensuite, elle se mit à rechercher une constante entre les deux séries de mesures.

Comme elle n'était pas née de la dernière pluie, elle s'aperçut vite que les quantités ($x^2 + k^2 y^2$) et ($x'^2 + k^2 y'^2$) étaient égales. Puis elle appela d la « distance » entre deux points, qui ne dépendait pas de l'équipe qui l'avait mesurée. Cette « distance » est définie par :

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (ky_2 - ky_1)^2 = (x'_2 - x'_1)^2 + (ky'_2 - ky'_1)^2$$

Enfin, souriante, elle énonça ce qu'elle venait de mettre en évidence sous le nom ***de principe d'invariance de la distance*** *: la valeur de la « distance » est indépendante du choix du système de repérage. Je ne vous parle pas de la tronche des arpenteurs géomètres à l'annonce de ce résultat !*

Relation entre les arpenteurs-géomètres et l'espace-temps **:**

Les physiciens du début du XX° siècle étaient un peu dans la situation des arpenteurs-géomètres : Il leur semblait inconcevable que le temps et la distance puissent être exprimés dans la même unité. Et pourtant, il suffisait de multiplier le temps par une vitesse pour obtenir une longueur : c'est ce que font les astronomes lorsqu'ils expriment une distance en années-lumière, soit la distance parcourue par la lumière en un an.

En transformant le temps t en une distance ct, on utilise tout simplement la vitesse de la lumière c comme coefficient de conversion.

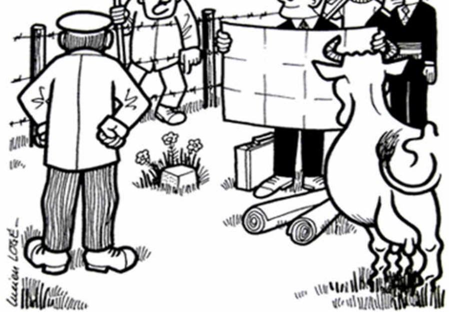
Commençons, comme *Choupette*, par utiliser les mêmes unités pour exprimer les coordonnées spatiales et temporelles. Au lieu d'exprimer x en mètres et t en secondes, on exprimera les coordonnées spatiales et temporelles en mètres (x et ct).
Quel est alors le rapport entre l'arpentage et la physique relativiste ?

L'essence de la relativité restreinte tient dans l'existence en géométrie de l'espace-temps d'une quantité analogue à la distance spatiale, bâtie comme elle sur les carrés des coordonnées, se révélant à son tour invariante dans un changement de système de repérage. Découvrons ensemble ce nouvel invariant.

Pour simplifier la présentation, sans rien perdre d'ailleurs de la physique du problème, on se limite souvent dans un premier stade à un espace-temps à deux dimensions, en se contentant d'une seule dimension spatiale (au lieu de trois) en plus de celle du temps.

Les coordonnées spatio-temporelles d'un évènement dans les référentiels R et R' seront dont (x, ct) et (x', ct'). Maintenant, il nous faut chercher une constante entre les coordonnées de deux évènements exprimés dans chaque référentiel R et R'. Comme *Choupette*, nous avons oublié d'être bête, aussi nous nous rendons compte rapidement que la *distance spatio-temporelle* ne dépend pas du référentiel choisi. Cette distance est définie par :

$$d^2 = (ct_2 - ct_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 = (ct'_2 - ct'_1)^2 - (x'_2 - x'_1)^2$$



La « distance » spatio-temporelle ainsi définie se distingue de la « distance » spatiale précédemment définie par le remplacement d'un signe « + » par un signe « - ». Bien sûr, cette relation, confirmée par les mesures, peut s'établir facilement à partir des transformations de Lorentz. On peut écrire cette relation sous forme différentielle en revenant aux trois dimensions spatiales :

$$\mathrm{d}s^2 = c^2\,\mathrm{d}t^2 - \mathrm{d}x^2 - \mathrm{d}y^2 - \mathrm{d}z^2$$

Enfin, qu'en est-il de la masse ?

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Les physiciens du début du XX° siècle pensaient que la masse d'un corps en mouvement était multipliée par le facteur γ par rapport à une masse en repos, mais cette façon de voir n'est en réalité pas correcte. Le masse d'un matériau reste constante, même si ce matériau se déplace à une vitesses relativiste. En réalité, c'est la force qui n'a pas la même expression suivant que la masse est au repos ou animée d'une vitesse υ.

En physique newtonienne, la force F est le produit d'une masse m par une accélération a : $F = m\,a$;
en physique relativiste, une force F est γ fois le produit d'une masse par une accélération : $F = \gamma\,m\,a$.
Le fait de lier γ et m en disant que la masse augmente lorsque la particule se déplace est incorrect.
γ doit, en réalité, être relié à l'accélération qui augmente lorsque les vitesses deviennent relativistes.

La masse, quant à elle, n'évolue pas et reste constante. Cela signifie que, lorsqu'une particule de masse m approche la vitesse de la lumière, la force nécessaire pour l'accélérer tend vers l'infini, autrement dit, une particule massive ne peut pas atteindre la vitesse de la lumière.

Pierre Perrot (année 2021)
perrot9 arrobas gmail.com